после чего полагаем

$$x^{k+1} = \tilde{x}^k + \delta_{k+1}(u^{k+1} - \tilde{x}^k), \tag{6}$$

где

$$\delta_{k+1} = \arg\min_{0\leqslant\delta\leqslant 1}\Big(\sum_{s=1}^{m} h_s^{k+1}\big(p^k, \tilde{x}^k + \delta(u^{k+1} - \tilde{x}^k)\big)_+^2\Big). \tag{7}$$

Т е о р е м а 1. *Пусть* $p^1 = p_0$, $x^1 \in Z^1$, *и* (p^k, x^k) $(k = 2, \dots)$ *определены по алгоритму* (3)–(7)*, а информационные погрешности удовлетворяют соотношению* (1)*. Тогда* (p^k, x^k) *сходится к множеству решений задачи* (2):

$$\lim_{k\to\infty} \operatorname{dist}(p^k, x^k; X_*) = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кряжимский А.В., Осипов Ю.С.* К регуляризации выпуклой экстремальной задачи с неточно заданными ограничениями. Приложение к задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями // Некоторые методы позиционного и программного управления: Сб. науч. тр. Свердловск, 1987. С. 34-54.

2. *Digas B.V., Ermoliev Yu.M., Kryazhimskii A.V.* Guaranteed optimization in insurance of catastrophic risks. IIASA Interim Report IR-98-082, 1998.

Digas B.V. ON ONE ALGORITHM CALCULATING OPTIMAL CONSISTENCY PARAMETER

The work is devoted to a problem of computing a minimal value of a scalar parameter that provides a solution from a given set to a system of nonconvex inequalities. The solution itself is also subject to finding. In the event of non-unique solution, it is sufficient to find an arbitrary one. Accurate data on the system and on the admissible solutions set are unknown, some approximations being available. A regularizing solution algorithm based on the N.N. Krasovskii's extremal shift principle is suggested.

Key words : nonconvex optimization; regularization; iterative algorithm.

УДК 517.958, 539.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ ПЛАСТИЧЕСКОГО СЛОЯ

© В.Л. Дильман, А.И. Носачева

Ключевые слова: нелинейные уравнения гиперболического типа; пластический слой.

Разработаны и исследованы математические модели критических состояний неоднородных соединений с пластичной прослойкой на основе приближенных решений граничных задач для системы нелинейных уравнений в частных производных гиперболического типа. Найдены силовые критерии разрушения таких соединений.

В докладе разрабатывается и исследуется комплекс математических моделей напряженного состояния дискретно неоднородной полосы, содержащей прямоугольный слой из менее прочного, чем основной материала, в критический момент нагружения. Слой ортогонален направлению растягивающей полосу нагрузки. Используется схема [1] решения возникающих при этом недоопределенных краевых задач для систем уравнений гиперболического типа:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} = 0; \quad (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4. \tag{1}$$

$$\tau_{xy}(x,0)=0, \tau_{xy}(0,y)=0.$$

Исследуется решение в окрестности свободной границы слоя в зоне, где оно однозначно определяется граничными условиями, для чего вычисляются, точно или приближенно, инварианты Римана, с их помощью решается задача сопряжения для напряжений на контактной границе. Найденные на этом участке контактной границы напряжения используются для вычисления критической нагрузки и для доопределения задачи из следующего пункта. Находится решение в окрестности поперечной оси симметрии слоя, с использованием краевых условий на контактной поверхности, полученных в предыдущем пукте схемы и некоторых ограничений на класс решений.

Существует несколько вариантов критического состояния слоя: 1) В соединении достигается критическое значение внешней нагрузки без вовлечения в пластическое деформирование более прочной части (этот случай характерен для отношения толщины к ширине слоя $\varkappa$, близкого к 1, или (и) больших K, где K – коэффициент механической неоднородности, т. е. отношение пластических постоянных более прочной части и слоя); 2) То же, но с вовлечением в какой-то момент в пластическое деформирование приконтактных участков более прочной части соединения; при этом нормальные напряжения нигде в слое не сравниваются со средними напряжениями в основном материале; 3) То же, что в пункте 2, но при этом нормальные напряжения в средней части контактной поверхности достигают напряжений основного материала (это состояние характерно для малых $\varkappa$ и K).

Исследование картин полей характеристик приводит к *задаче сопряжения для напряжений на контактной границе.* Интегралы Генки позволяют свести эту задачу к системе трансцендентных уравнений с неизвестными $\omega=\omega^-$ и ω^+-углами поворота характеристик от свободной к контактной поверхности в момент начала течения более прочного участка (критический момент нагружения). Приближенное решение этой системы методом разложения по параметру $\lambda=K-1$ имеет вид:

$$\omega^+ \approx \frac{K-1}{2K}\left(1+\frac{(K-1)^2}{8K}\right),\ \ \omega^- \approx \frac{K-1}{2}\left(1+\frac{(K+1)(K-1)^2}{16}\right).$$

Отсюда получено условие на $\varkappa$, при котором более прочная часть соединения не вовлекается в пластическое деформирование: $\varkappa>4/(K+1)^2$. Численное решение методом итераций для любых значений $K>1$ показало, что *основной материал при $K>K^*\approx 1,99$ не вовлекается в пластическое деформирование ни при каких, даже очень малых, значениях $\varkappa$ (критерий реализации первого случая критического состояния).*

При реализации второго пункта схемы предполагается: 1) гипотеза разделения переменных для касательных напряжений $\tau(x,y)=X(x)Y(y)$; 2) "эллиптическое" условие пластичности из (1) заменяется на близкое к нему "параболическое" условие $\sigma_x-\sigma_y=\pm 2-\tau_{xy}^2$.

Т е о р е м а 1. *Система* (1) *при условиях* $\tau_{xy}(x,0)=0$, $\tau_{xy}(0,y)=0$ *и гипотезе разделения переменных для касательных напряжений имеет решение тогда и только тогда, когда имеет место один из случаев:*

1. $\tau_{xy}(x,y)=X(x)y$. *В этом случае функция* $X(x)$ *удовлетворяет уравнению:*

$$X''-4X'X=0.$$

2. $\tau_{xy}(x,y)=xY(y)$. *В этом случае функция* $Y(y)$ *удовлетворяет уравнению:*

$$Y''+4Y'Y=0.$$

Эта теорема позволяет найти касательные, а затем из уравнений равновесия (1) нормальные напряжения с точностью до постоянного слагаемого, которое определяется по решению, полученному в первом пункте схемы. На этой основе вычисляется среднее критическое напряжение на контактной границе $\sigma_{y\,\text{ср}}$. Во втором варианте критического состояния (этот вариант определяется условием $\varkappa_0\leqslant\varkappa\leqslant(K+1)/4$, $\varkappa_0\approx 0,25$)

$$\sigma_{y\,\text{ср}} = 2 + \sigma_{\text{упр}}, \quad \sigma_{упр} = \frac{(K-1)(3-K)}{2} + \frac{(K-1)(K+1-4\varkappa)^2}{3\varkappa(K+1)^2}.$$

В третьем варианте, определяемом условием $0 \leqslant \varkappa \leqslant \varkappa_0$,

$$\sigma_{\text{упр}} = (K-1)(2 - 2\varkappa - (1/6)\sqrt{\varkappa}(K+1)\sqrt{K+1-4\varkappa}).$$

Приведенные формулы дают силовой критерий состояния предразрушения растягиваемой полосы, содержащей поперечный слой из менее прочного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дильман В.Л., Остсемин А.А.* О напряженно-деформированном состоянии при растяжении пластического слоя с двумя осями симметрии // Извстия РАН. Механика твердого тела. 2001. № 6. С. 115-124.

2.*Ерошкина Т.В., Дильман В.Л.* Математическое моделирование напряженного состояния поперечного пластического слоя в круглом стержне // Известия ВУЗов. Математика. Казань, 2011. № 11. С. 12-22.

Dilman V.L., Nosacheva A.I. MATHEMATICAL SIMULATION OF CRITICAL STATES OF THE PLASTIC LAYER

Mathematical models critical states of heterogeneous connections with plastic layer were developed and investigated on the basis of approximate solutions of boundary value problems for a system of nonlinear partial differential equations of hyperbolic type. The power fracture criteria for such compounds are obtained.

Key words: nonlinear hyperbolic equation; plastic layer.

УДК 664.66.085

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА В ТЕХНОЛОГИИ СУШКИ ОВОЩЕЙ

© **К.А. Додаев, Ш.М. Маматов**

Ключевые слова: оптимизация; управление; сушка; технология; влажность; скорости сушки.

Статья посвящена задаче оптимизации многоступенчатых теплообменных систем в технологических процессах сушки овощей. Задача приведена линейным дискретным системам и с помощью принципа максимума найдено оптимальное управление для решения поставленной задачи, произведено численное исследование.

В современных условиях жёсткой конкуренции на рынке выдвигается проблема повышения эффективности переработки сырья биологического происхождения с выработкой качественных, полноценных и безопасных в санитарном отношении пищевых продуктов. Повышение качества продукции и экономических показателей её производства во многом определяются достижениями в совершенствовании гидромеханических и теплообменных процессов [1].

Новым, перспективным научно-техническим направлением в перерабатывающей промышленности является тепловая сушка применяемых во всех регионах. Этот способ сушки продуктов основан на передаче тепла высушиваемому продукту за счет энергии нагретого сушильного агента – воздуха или парогазовой смеси. Сушка продуктов при этом способе происходит при смывании продукта нагретым газом, воздухом, топочными газами, перегретым паром и другими теплоносителями, которые имеют температуру, отличную от